

Eesti LXVI matemaatikaolümpiaad
TALLINNA KOOLIVOOR
10.jaanuaril 2019. a Tallinnas
X klass

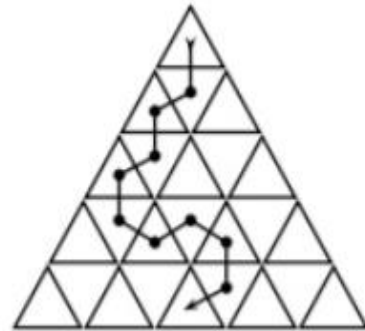
Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Tööline ja õpilane said ühesuguse ülesande – valmistada teatud arv ühesuguseid detaile. Selleks ajaks, kui tööline oli oma detailide valmistamise lõpetanud, oli õpilasel valmis 80% detailidest. Kui õpilane oleks teinud ühe detaili päevas vähem, siis selleks ajaks, kui tööline oli oma detailide valmistamise lõpetanud, oleks neil kahepeale valmis 87,5% kõikidest detailidest. Mitu detaili kokku valmistavad tööline ja õpilane kolme tööpäevaga, kui mõlemad töötavad ühtlase kiirusega?
2. Leia parameetri a väärtus, mille korral võrrandi $x^2 + 3x - a(x + 1) - 4 = 0$ lahendite ruutude summa on minimaalne.

3. On olemas võrdkülgne kolmnurk küljepikkusega n . Kolmnurk on jaotatud väikesteks võrdkülgseteks kolmnurkadeks, küljepikkusega 1. Uss alustab oma teekonda tipus olevast kolmnurgast ning lõpetab tipu vastaskülje keskmises kolmnurgas. Uss saab liikuda ühest kolmnurgast teise, kui nendel kolmnurkadel on ühine külg. Uss ei saa liikuda ülespoole. Mitu erinevat teekonda on ussil võimalik ette võtta, kui liikudes ei saa uss küllastada ühte kolmnurka mitu korda.



(Joonisel on ussi üks võimalik teekond juhul, kui $n = 5$).

4. Kolmnurgas ABC lõikuvad kõrgus BK ja mediaan CM punktis O . Leia kolmnurga ABC pindala, kui $BK = 6\text{cm}$, $CM = 5\text{cm}$ ja $OK = 1\text{cm}$.
5. Ütleme, et numbrite rida on “ilus”, kui see on koostatud ühtedest ja nullidest. Ütleme, et numbrite rida on “ilus ruudus”, kui see on koostatud ühtedest ja nullidest ning sisaldab kõiki võimalikke kahekohaliste numbrite järjestusi. (Näiteks rida 000010111111 on “ilus ruudus”, sest siin esinevad kõikvõimalikud kahekohalised järjestused: 00, 01, 10 ja 11.) Ütleme, et numbrite rida on “ilus kuubis” kui see on koostatud ühtedest ja nullidest ja sisaldab kõiki võimalikke kolmekohalisi numbrite järjestusi.
 - a) Mitu numbrit on lühimas “ilusas kuubis” numbrite reas?
 - b) Jüri mõtles välja mängu, kus iga käiguga võib kas muuta 3 nulli ühtedeks või kaks ühte muuta nullideks.

Alguses on tahvli peal kirjas lühim “ilus kuubis” numbrite rida. Jüri alustab mängu ja teeb 2019 käiku. Kas mõne “ilusa kuubis” rea jaoks on võimalik, et pärast 2019 käiku on tahvli peal jälle “ilus kuubis” numbrite rida?